

Interféromètre de Michelson



Questions de cours

Pour apprendre le cours : vérifiez que vous savez répondre à chaque question.

1. Rappeler la constitution d'un interféromètre de Michelson. De quel type de système interférentiel s'agit-il ? Définir les deux configurations lame d'air et coin d'air. Pour chaque cas : donner l'allure de la figure d'interférences ; indiquer le lieu de localisation et la position de la lentille de projection ; indiquer les conditions d'éclairage et la position de la lentille en entrée.
2. Représenter le dispositif théorique simple de l'interféromètre de Michelson en configuration « lame d'air » en faisant figurer deux miroirs et une lame semi-réfléchissante. Sans justifier, proposer un schéma optique équivalent sur lequel doit figurer l'épaisseur e de la lame d'air, la source primaire fictive et les sources secondaires.
3. Etablir l'expression de la différence de marche dans la configuration « lame d'air » pour un point M à l'infini.
4. Quelle est la forme des franges en « lame d'air » ? Qu'observe-t-on si e augmente ?
5. Etablir l'expression du rayon d'un anneau brillant (ou sombre).
6. Qu'est-ce que la teinte plate ? Comment l'obtient-on ?
7. Comment peut-on interpréter la figure obtenue pour un Michelson réglé en coin d'air et éclairé avec une lumière blanche ?



Exercices de cours - Savoirs-Faire

SF 1 - Etude d'un Michelson en lame d'air

On raisonne sur l'interféromètre de Michelson réglé de telle sorte que l'on observe, avec une source étendue, des anneaux. La lumière utilisée est monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 589 \text{ nm}$.

On souhaite observer ces anneaux sur un écran en utilisant une lentille convergente $\mathcal{L}$ placée à la sortie de l'interféromètre.

1. Préciser la position relative des miroirs. Quelle est la distance entre les deux points sources secondaires, obtenues en formant l'image de la source par la séparatrice et le miroir $\mathcal{M}_2$ d'une part, par le miroir $\mathcal{M}_1$ et la séparatrice d'autre part ?
2. Comment doit-on placer l'écran par rapport à la lentille ?

3. On dispose de lentilles convergentes de distance focale 10, 50 et 100 cm. Laquelle permettra d'obtenir les anneaux projetés de plus grande taille ?
4. Partant du réglage pour lequel la figure observée est uniforme, de même couleur que la source (teinte plate), on translate l'un des miroirs de $5\mu\text{m}$. Quel est l'ordre de l'anneau brillant de plus petit rayon que l'on observe sur l'écran ?
5. Calculer le rayon sur l'écran des trois premiers anneaux brillants.

SF 2 - Etude d'un Michelson en coin d'air

Considérons un interféromètre de Michelson réglé de telle sorte que l'on observe des franges rectilignes avec une source étendue monochromatique ($\lambda = 600\text{ nm}$). On souhaite observer ces franges sur un écran placé à 1,80 m des miroirs en utilisant une lentille convergente placée à la sortie de l'interféromètre.

On rappelle qu'en configuration coin d'air la différence marche sur la surface de localisation est donnée par $\delta = 2\alpha x$ avec α l'angle entre les miroirs et x l'abscisse mesurée le long des miroirs à partir de l'arête du coin d'air.

1. Quelle est la valeur maximale de la focale utilisable ?
2. On désire que l'interfrange sur l'écran soit dix fois plus grand que celui obtenu sur le miroir. Déterminer la distance focale à utiliser.
3. On mesure sur l'écran un interfrange de 1 cm. En déduire la valeur de α .



Exercices phares

Exercice 1 - Doublet jaune du mercure

Le spectre d'émission du mercure contient de nombreuses raies, dont un doublet jaune de longueurs d'onde $\lambda_1 = 577,0\text{ nm}$ et $\lambda_2 = 579,1\text{ nm}$. On note $\lambda = (\lambda_1 + \lambda_2)/2$ la longueur d'onde moyenne et $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ l'écart spectral du doublet. Une lampe à vapeur de mercure suivie d'un filtre jaune approprié pour isoler le doublet jaune éclaire un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air d'épaisseur e .

1. En approximant $\lambda_1\lambda_2 = \lambda^2$, exprimer l'intensité lumineuse au centre des anneaux sous la forme

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \left(1 + C(e) \cos \left(\frac{4\pi e}{\lambda} \right) \right)$$

Que représente $C(e)$?

2. Déterminer les épaisseurs e de la lame d'air donnant des interférences constructives au centre de l'écran.
3. Déterminer les épaisseurs e de la lame d'air donnant lieu à des antioïncidences sur l'écran.
4. En déduire le nombre de fois où des interférences constructives sont observées au centre de l'écran entre deux antioïncidences.

Exercice 2 - Mesure de l'indice d'une lame de verre

Considérons un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air et éclairé en lumière blanche. On interpose une lamelle de microscope dans le bras (2) de l'interféromètre de telle sorte qu'elle ne recouvre que la moitié du faisceau. Cette lamelle a une épaisseur $e = 0,16$ mm, et on cherche à déterminer son indice n . Partant des franges de lumière blanche côté air, le miroir mobile $\mathcal{M}_2$ est translaté jusqu'à les retrouver côté lame de verre. On lit sur le vernier qu'il a été déplacé de $\Delta x = 80 \mu\text{m}$ pendant l'opération. On note δ_a la différence de marche entre le rayon passant par la voie (1) et celui passant par la voie (2) côté air, sans traverser la lame; et δ_l celle entre le rayon passant par la voie (1) et le rayon traversant la lame sur la voie (2).

1. Exprimer la différence de chemin optique δ_l en fonction de δ_a , n et e .
2. Dans la première situation, les franges sont observées côté air. Que vaut δ_a sur la frange centrale? En déduire δ_l .
3. Dans la seconde situation, les franges sont observées côté lame. Le miroir $\mathcal{M}_2$ a-t-il été rapproché ou éloigné de la séparatrice? Que vaut δ'_a ? Que vaut δ'_l ?
4. Conclure sur la valeur de n .

**Exercices en plus****Exercice 3 - Principe de la spectrométrie interférentielle**

Exercice à faire au moins une fois pour comprendre le principe de la spectrométrie interférentielle - pas hyper classique, mais difficile si on ne l'a jamais vu

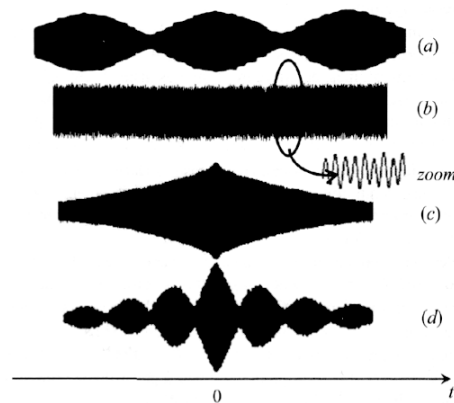
Un interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air. On place à la sortie de l'appareil une lentille mince convergente, suivie d'un photorécepteur de petite dimension placé au point focal image de la lentille. On suppose que ce photorécepteur est linéaire : il délivre un signal électrique $u(t)$ proportionnel à l'éclairement reçu. Un système d'acquisition permet de numériser le signal u au cours du temps t , pendant qu'un moteur translate l'un des deux miroirs à vitesse constante. v_0 On obtient ainsi sur ordinateur une courbe, appelée *interférogramme*, dont on veut déduire des informations qualitatives et quantitatives sur le spectre de la lumière envoyée dans l'interféromètre. L'expérience est réalisée dans l'air, dont on considère l'indice égal à 1.

1. On part du contact optique à l'instant $t = 0$. On appelle δ la différence de marche entre les ondes interférant au niveau du photorécepteur. Relier δ à t .
2. L'interféromètre est d'abord éclairé par un laser He-Ne, dont on supposera l'émission parfaitement monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 632,8$ nm (valeur supposée connue à 0,1 nm près).
 - (a) Montrer que l'interférogramme est de la forme

$$u(t) = U_0 \left(1 + \cos \left(\frac{4\pi v_0 t}{\lambda_0} \right) \right)$$

- (b) On enregistre 100 franges (à une frange près) en 57,5 s. En déduire la valeur de la vitesse v_0 du miroir mobile et son incertitude de mesure.
3. L'interféromètre est maintenant éclairé par une lampe à vapeur de mercure basse pression, associée à un filtre permettant d'isoler la raie verte ($\lambda_v = 546,1$ nm). La lumière émise par l'ensemble de la vapeur atomique n'est pas parfaitement monochromatique : son spectre présente un profil gaussien de largeur spectrale $\Delta\lambda \simeq 1$ pm.

- (a) Pourquoi ce spectre n'est pas constitué d'une simple raie ?
 - (b) Définir puis calculer la valeur de la longueur de cohérence temporelle L_c associée à cet élargissement spectral. Cette valeur est-elle accessible expérimentalement avec un interféromètre de Michelson du laboratoire d'optique ?
4. Voici quelques interférogrammes observés avec différentes sources lumineuses : un laser, une lampe à vapeur de sodium basse pression, une lampe à vapeur de mercure haute pression associée à un filtre isolant le doublet jaune et une lampe à vapeur de mercure haute pression associée à un filtre isolant la raie verte. (*On rappelle que pour le doublet jaune du mercure $\Delta\lambda = 2,1 \text{ nm}$ et pour le doublet jaune du sodium $\Delta\lambda = 0,6 \text{ nm}$.*) Associer, en le justifiant, chaque source à son interférogramme.



Exercice 4 - Mesure de l'épaisseur d'un film alimentaire

Exercice pour approfondir la compréhension de la figure d'interférence en lumière blanche

On dispose d'un interféromètre de Michelson réglé en configuration lame d'air éclairé par une source de lumière blanche.

1. Décrire le dispositif, notamment l'allure des franges d'interférences et la façon de les observer.

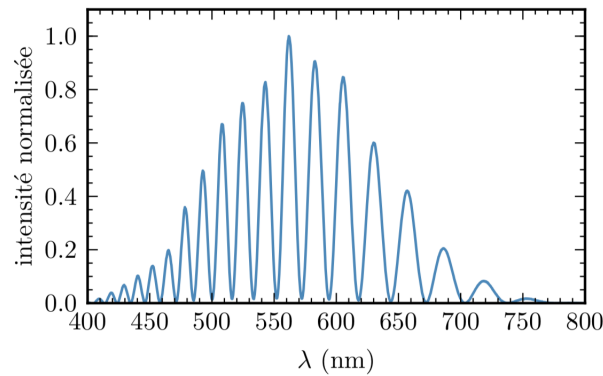
On règle le Michelson au contact optique, puis on insère dans l'un des bras de l'interféromètre un film alimentaire tendu, assimilé à une lame à faces parallèles d'épaisseur e faite d'indice $n = 1,5$.

2. L'écran apparaît blanc dans les deux cas, cependant lorsqu'on observe le spectre en présence de la lame l'intensité est nulle pour certaines longueurs d'ondes. Expliquer.
3. Montrer que pour une longueur d'onde absente du spectre on a

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2k+1}{2} \frac{1}{\delta}$$

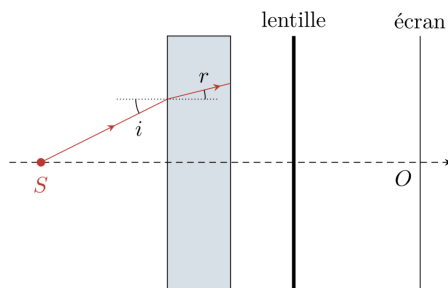
avec δ la différence de marche et k un entier.

4. On enregistre le spectre au centre de la figure d'interférences. En déduire l'épaisseur e du film alimentaire.



Exercice 5 - lame de verre

Une configuration qui donne des calculs proches de ceux pour le Michelson en lame d'air



Considérons le montage ci-contre, constitué d'une source spatialement étendue, d'une lame de verre (indice n , épaisseur e), d'une lentille et d'un écran. On considère qu'après trois traversées la lame de verre l'intensité est négligeable.

1. Quelles sont les deux ondes qui interfèrent ? Justifier que la figure d'interférences est un cercle centré autour de O .
2. Dans un interféromètre de Michelson en lame d'air, où les interférences sont-elles localisées ? En déduire par analogie la lentille à utiliser et la position de l'écran par rapport à la lentille.
3. Montrer que $\delta(M) = 2ne \cos r$.
4. En supposant les rayons peu inclinés, exprimer l'ordre d'interférence $p(M)$ en fonction de $R = OM$.
5. Déterminer le rayon du premier anneau brillant pour $n = 1,5$, $e = 10 \mu\text{m}$, $\lambda = 550 \text{ nm}$ et $f' = 20 \text{ cm}$.

Exercice 6 - Figure d'interférences

Pour se confronter à des subtilités spécifiques au Michelson

Un interféromètre de Michelson est utilisé avec miroirs strictement orthogonaux. La source S est étendue et monochromatique ($\lambda = 500 \text{ nm}$). A partir de la situation où les deux bras sont égaux, on déplace le miroir mobile $\mathcal{M}_1$ d'une distance e exactement égale à $0,500 \text{ mm}$.

1. Qu'observe-t-on dans le plan focal image d'une lentille $\mathcal{L}$ placée en sortie ? Quel est l'ordre d'interférence correspondant au premier anneau sombre ?
2. De combien suffit-il de déplacer $\mathcal{M}_1$ pour que le centre devienne noir ? Ce déplacement est-il mesurable avec l'interféromètre du laboratoire ?
3. Si on remplace la source primaire par une source ponctuelle placée au foyer objet d'une lentille mince convergente, qu'observe-t-on dans le plan focal image de $\mathcal{L}$?
4. On revient à la source étendue, et, à partir de la situation où les bras sont égaux, on fait tourner le miroir $\mathcal{M}_2$ d'un angle α très faible : qu'observe-t-on dans le plan focal image de $\mathcal{L}$? Que faut-il faire avec $\mathcal{L}$ si l'on veut observer les interférences sur un écran ?

**Exercice pour aller plus loin ★★★**

Exercice 7 - Mesure de l'épaisseur d'une lame de verre

Un interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air (épaisseur e). Il est éclairé par une source étendue monochromatique de longueur d'onde λ et l'observation se fait à l'infini dans le plan focal image d'une lentille convergente. On dispose alors sur le chemin du faisceau (1) (chemin initialement le plus long) une lame mince transparente à faces parallèles d'épaisseur e_0 et d'indice n connu pour la radiation étudiée. Cette lame est disposé orthogonalement à l'axe du miroir $\mathcal{M}_1$.

1. Comparer les deux trajets (1) en présence et en absence de la lame et montrer que la différence de marche supplémentaire due à la présence de la lame peut s'écrire $\delta' = 2ne_0 \cos(r) - 2e_0 \cos(\theta)$ où θ l'angle dans l'air entre les rayons et l'axe et r l'angle dans la lame entre les rayons et l'axe.
2. En déduire la différence de marche δ à l'ordre 2 en θ .
3. En l'absence de la lame, on règle l'interféromètre au contact optique. On introduit la lame et on déplace le miroir mobile d'une distance e jusqu'à ce que l'éclairement soit à nouveau uniforme. Montrer que l'on peut alors déduire la valeur de e_0 de la mesure de e .
4. A partir de la situation précédente (éclairement uniforme en présence de la lame), on enlève la lame et on déplace lentement le miroir mobile en comptant le nombre $N \gg 1$ d'anneaux (noirs ou brillants) qui disparaissent au centre. On s'arrête lorsque l'éclairement est redevenu uniforme. Montrer qu'on peut déduire e_0 de la valeur de N .